

Title	一般化サレタPeano curveーツ
Author(s)	井関, 清志
Citation	全国紙上数学談話会. 2(1) p.25-p.26
Issue Date	1946-11-03
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75142
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

7. 一般化サレ Peano curve ツ

井関清志

(10月28日受付)

H. Lebesgue, B. Jessen, W. Sierpiński 等ニヨッテ一般化サレ Peano curve がエラレテサレ。コノ note ノ目的ハカカル curve テーヲサレルコトニアル。即チ閉区間 $0 \leq t \leq 1$ テ定義サレタ値域ガ閉区間 $0 \leq a_n \leq 1$ ニアル可附番ノ一價連続函数 $\{\varphi_n(t)\}$ ガアリ, $0 \leq a_n \leq 1$ ($n=1, 2, 3, \dots$) ナル系列 $\{a_n\}$ ヲサレルト

$$\varphi_n(t^*) = a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

ナラ $0 \leq t^* \leq 1$ ガカクモーツ存在スル。コレガ一般化サレ Peano curve テアル。

$\varphi_n(t)$ ノ作ルタメニ補助函数 $x(t)$ ノ次ノヤウニ定義スル。 $x(t)$ ハ $0 \leq t$ テ定義サレ一價連続函数ナリ

$$x(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq \frac{1}{3} \\ 0 & 2n - \frac{1}{3} \leq t \leq 2n + \frac{1}{3} \\ & (n=1, 2, 3, \dots) \\ 1 & 2n + \frac{2}{3} \leq t \leq 2n + \frac{4}{3} \\ & (n=0, 1, 2, \dots) \end{cases}$$

ソノ他、 $t = 2n$ ナラ $x(t)$ ガ一價連続且 $0 \leq x(t) \leq 1$ ニアルヤウニセテオケ。次ニ $\varphi_1(t)$ ($n=1, 2, 3, \dots$) ノ

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{2} x(t) + \frac{1}{2^2} x(3^2 t) + \frac{1}{2^3} x(3^4 t) +$$

$$\varphi_2(t) = \frac{1}{2} x(3t) + \frac{1}{2^2} x(3^3 t) + \frac{1}{2^3} x(3^5 t) + \dots$$

$$\varphi_3(t) = \frac{1}{2} x(3^3 t) + \frac{1}{2^2} x(3^{11} t) + \frac{1}{2^3} x(3^{19} t) +$$

ト定義スレバ コレガ 求メルモノデアル。 $\varphi_n(t)$ カ $0 \leq t \leq 1$
 テ一價連続且 $0 \leq \varphi_n(t) \leq 1$ ハ明カデアラウ。次=
 $0 \leq a_n \leq 1$ ($n=1, 2, \dots$) ナル 系列 $\{a_n\}$ ヲトレバ
 $\varphi_n(t^*) = a_n$ ($n=1, 2, \dots$)

ト $0 \leq t^* \leq 1$ ノ存在ヲ示サウ。

a_n ヲ = 画展開シテ、

$$a_1 = \frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2^2}t_3 + \frac{1}{2^2}t_5 + \dots$$

$$a_2 = \frac{1}{2}t_2 + \frac{1}{2^2}t_6 + \frac{1}{2^3}t_{10} + \dots$$

$$a_3 = \frac{1}{2}t_4 + \frac{1}{2^2}t_{12} + \frac{1}{2^4}t_{20} + \dots$$

ト t^* トシテ

$$t^* = \frac{2}{3}t_1 + \frac{2}{3^2}t_2 + \dots$$

トオケバ

$$\varphi_n(t^*) = a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

デアアル。何者、

$$3^k t^* = 2(3^{k-1}t_1 + \dots + 3t_{k-1} + t_k) + \frac{2}{3}t_{k+1} + \dots \quad (k=1, 2, \dots)$$

モシ $t_{k+1} = 0$ ナラバ $\chi(t)$ ノ定義 \Rightarrow リ $\chi(3^k t^*) = 0$

又 $t_{k+1} = 1$ ナラバ $\chi(3^k t^*) = 1$ 何レ = シテモ

$$\chi(3^k t^*) = t_{k+1}$$

即チ $\varphi_n(t)$ ノ 定義 \Rightarrow リ

$$\varphi_n(t^*) = a_n \quad (n=1, 2, \dots)$$

(終)